

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
HÀ NỘI**

**KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT  
Năm học 2016 – 2017**

Môn thi: **TOÁN**

Ngày thi: 08 tháng 6 năm 2016

Thời gian làm bài: 120 phút

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**Bài I (2,0 điểm)**

Cho hai biểu thức  $A = \frac{7}{\sqrt{x+8}}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-3}} + \frac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$  với  $x \geq 0, x \neq 9$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = 25$
- 2) Chứng minh  $B = \frac{\sqrt{x+8}}{\sqrt{x+3}}$
- 3) Tìm x để biểu thức  $P = A.B$  có giá trị là số nguyên

**Bài II (2,0 điểm)**

*Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích  $720 \text{ m}^2$ . Nếu tăng chiều dài thêm 10m và giảm chiều rộng 6m thì diện tích mảnh vườn không đổi. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn.

**Bài III (2,0 điểm)**

- 1) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{3x}{x-1} - \frac{2}{y+2} = 4 \\ \frac{2x}{x-1} + \frac{1}{y+2} = 5 \end{cases}$$

- 2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d):  $y = 3x + m - 1$  và parabol (P):  $y = x^2$ 
  - a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m
  - b) Gọi  $x_1, x_2$  là hoành độ các giao điểm của (d) và (P). Tìm m để  $(x_1+1)(x_2+1)=1$

**Bài IV (3,5 điểm)**

Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (O) (B là tiếp điểm) và đường kính BC. Trên đoạn thẳng CO lấy điểm I (I khác C, I khác O). Đường thẳng AI cắt (O) tại hai điểm D và E (D nằm giữa A và E). Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng DE.

- 1) Chứng minh bốn điểm A, B, O, H cùng nằm trên một đường tròn.
- 2) Chứng minh  $\frac{AB}{AE} = \frac{BD}{BE}$
- 3) Đường thẳng d đi qua điểm E song song với AO, d cắt BC tại điểm K. Chứng minh  $HK \parallel DC$
- 4) Tia CD cắt AO tại điểm P, tia EO cắt BP tại điểm F. Chứng minh tứ giác BECF là hình chữ nhật.

**Bài V (0,5 điểm)**

Với các số thực x, y thỏa mãn  $x - \sqrt{x+6} = \sqrt{y+6} - y$  tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x + y$

**ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO 10 THPT  
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI  
NĂM HỌC 2016 – 2017  
Môn thi: TOÁN**

**Bài I.(2,0 điểm)**

1)  $x = 25$  nên ta có:  $\sqrt{x} = 5$

Khi đó ta có:  $A = \frac{7}{5+8} = \frac{7}{13}$

2)

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}-24}{x-9} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} + \frac{2\sqrt{x}-24}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$= \frac{x+3\sqrt{x}+2\sqrt{x}-24}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{x-3\sqrt{x}+8\sqrt{x}-24}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)+8(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{(\sqrt{x}+8)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$$

3)  $P = A.B$  nên ta có:

$$P = \frac{7}{\sqrt{x}+8} \cdot \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3} = \frac{7}{\sqrt{x}+3}$$

+) Ta có  $x \geq 0$  nên  $P > 0$

$$+) x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x}+3 \geq 3 \Leftrightarrow \frac{7}{\sqrt{x}+3} \leq \frac{7}{3}$$

Nên :  $0 < P \leq \frac{7}{3}$

Để  $P \in \mathbb{Z} \Rightarrow P \in \{1; 2\}$

+)  $P = 1 \Leftrightarrow x = 16$  (thỏa mãn điều kiện)

+)  $P = 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$  (thỏa mãn điều kiện)

Vậy  $x \in \{\frac{1}{4}; 16\}$

**Bài II (2 điểm). Giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình**

Gọi chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật là  $x$  ( $x > 0$ ; đơn vị: m)

Vì diện tích của của mảnh vườn hình chữ nhật là  $720 \text{ m}^2$  nên chiều dài là:  $\frac{720}{x}$  (m)

Sau khi thay đổi kích thước:

Chiều rộng của của mảnh vườn hình chữ nhật là:  $x - 6$  (m)

Chiều dài của của mảnh vườn hình chữ nhật là:  $\frac{720}{x} + 10$  (m)

Vì diện tích của của mảnh vườn hình chữ nhật không đổi nên ta có phương trình:

$$(x-6) \cdot \left( \frac{720}{x} + 10 \right) = 720$$

$$\Rightarrow (x-6)(72+x) = 72x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x - 432 = 0$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt:  $x_1 = 24$  (thỏa mãn điều kiện);  $x_2 = -18$  (loại)

Vậy chiều rộng mảnh đất hình chữ nhật đó là 24 m; chiều dài mảnh đất hình chữ nhật đó là:  $720 : 24 = 30$  (m)

### Bài III ( 2 điểm)

1) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{3x}{x-1} - \frac{2}{y+2} = 4 \\ \frac{2x}{x-1} + \frac{1}{y+2} = 5 \end{cases} \quad \text{ĐK } x \neq 1; y \neq -2$$

Đặt  $\begin{cases} \frac{x}{x-1} = a \\ \frac{1}{y+2} = b \end{cases}$  ( $b \neq 0$ ) Khi đó hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} 3a - 2b = 4 \\ 2a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = 4 \\ 4a + 2b = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7a = 14 \\ 2a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$$

Khi đó ta có:  $\begin{cases} \frac{x}{x-1} = 2 \\ \frac{1}{y+2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \text{ (TM)}$

Vậy hệ phương trình có 1 nghiệm duy nhất (2;-1)

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d):  $y = 3x + m^2 - 1$  và parabol (P):  $y = x^2$ .

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

$$x^2 = 3x + m^2 - 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - m^2 + 1 = 0 (*)$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-m^2 + 1) = 4m^2 + 5 > 0 \forall m$$

$\Leftrightarrow$  Phương trình (\*) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

$\Leftrightarrow$  (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.

b) Gọi  $x_1; x_2$  là hoành độ các giao điểm của (d) và (P). Tìm m để  $(x_1+1)(x_2+1)=1$

Ta có:

$$(x_1 + 1)(x_2 + 1) = 1$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 + (x_1 + x_2) = 0$$

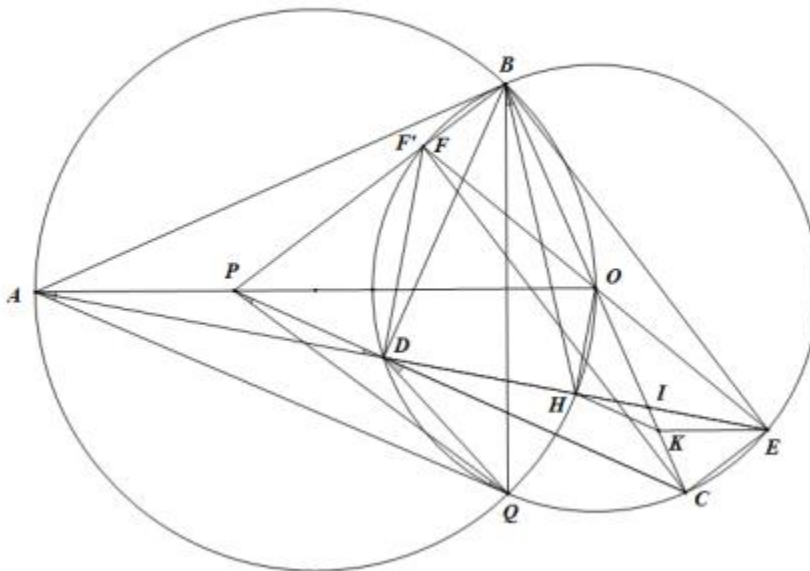
Áp dụng hệ thức Vi-et cho (\*): 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 x_2 = -m^2 + 1 \end{cases}$$

$$(**) \Leftrightarrow -m^2 + 1 + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$$

Vậy  $m = \pm 2$

**Bài IV (3,5 điểm)**



1) Vì AB là tiếp tuyến của (O) nên  $AB \perp BO \Rightarrow$  góc  $ABO = 90^\circ$   
 Vì H là trung điểm của dây DE của (O) nên  $OH \perp DE \Rightarrow$  góc  $AHO = 90^\circ$   
 Suy ra góc  $ABO +$  góc  $AHO = 180^\circ \Rightarrow$  AHOB là tứ giác nội tiếp  
 Suy ra bốn điểm A, H, O, B nằm trên cùng một đường tròn.

2) Có góc  $ABD =$  góc  $AEB$  (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung BD)  
 Xét  $\Delta ABD$  và  $\Delta AEB$  có chung góc  $BAE$ , góc  $ABD =$  góc  $AEB$  nên  
 Tam giác ABD đồng dạng với tam giác AEB (g-g)  $\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{BD}{EB}$

3) Vì ABOH là tứ giác nội tiếp nên góc  $OAH =$  góc  $OBH$   
 Vì  $EK \parallel AO$  nên góc  $OAH =$  góc  $HEK$   
 Suy ra góc  $OBH =$  góc  $HEK \Rightarrow$  BHKE là tứ giác nội tiếp  $\Rightarrow$  góc  $KHE =$  góc  $KBE$   
 Vì BDCE là tứ giác nội tiếp nên góc  $KBE =$  góc  $CDE$

Suy ra góc KHE = góc CDE  $\Rightarrow$  KH // CD

4) Gọi F' là giao điểm của BP và đường tròn (O).

Gọi AQ là tiếp tuyến thứ 2 của (O)

Vì BDQC là tứ giác nội tiếp nên góc QDC = góc QBC (1)

Vì ABOQ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính AO nên góc QBC = góc QAO (2)

Từ (1), (2)  $\Rightarrow$  góc QDC = góc OAQ  $\Rightarrow$  APDQ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow$  góc PDA = góc PQA (3)

Có góc PDA = góc EDC = góc EBC (4)

Ta có  $\Delta ABP = \Delta AQP$  (c.g.c)  $\Rightarrow$  góc PQA = góc PBA (5)

Từ (3), (4), (5)  $\Rightarrow$  góc PBA = góc EBC

Suy ra góc PBE = góc ABC =  $90^\circ \Rightarrow$  góc F'BE =  $90^\circ \Rightarrow$  F'E là đường kính của (O)

$\Rightarrow F' \in OE \Rightarrow F' \equiv F$

Vì FBEC là tứ giác nội tiếp nên góc FCE =  $180^\circ -$  góc FBE =  $90^\circ$

Tứ giác FBEC có góc FCE = góc FBE = góc BEC =  $90^\circ$  nên là hình chữ nhật.

### Bài V (0,5 điểm)

Điều kiện:  $x \geq -6, y \geq -6$

Từ điều kiện đề bài ta có  $x + y \geq 0$  và

$$x + y = \sqrt{x+6} + \sqrt{y+6} \Leftrightarrow (x+y)^2 = x+y+12+2\sqrt{(x+6)(y+6)} \quad (*)$$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho hai số không âm, ta có

$$2\sqrt{(x+6)(y+6)} \leq (x+6) + (y+6) = x+y+12$$

$$\Rightarrow (x+y)^2 = x+y+12+2\sqrt{(x+6)(y+6)} \leq 2(x+y)+24$$

$$\Leftrightarrow (x+y)^2 - 2(x+y) - 24 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -4 \leq x+y \leq 6$$

Khi  $x = y = 3$  thì  $x + y = 6$

Ta có  $2\sqrt{(x+6)(y+6)} \geq 0$  nên từ (\*) suy ra

$$(x+y)^2 \geq x+y+12$$

$$\Leftrightarrow (x+y-4)(x+y+3) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x+y \geq 4 \text{ (Do } x+y+3 > 0)$$

Khi  $x = 10, y = -6$  hoặc  $x = -6, y = 10$  thì  $x + y = 4$

Vậy GTLN của P là 6 khi  $x = y = 3$  và GTNN của P là 4 khi  $x = 10, y = -6$  hoặc  $x = -6, y = 10$