HƯỚNG DẪN GIẢI MỘT SỐ BÀI VẬN DỤNG VÀ VẬN DỤNG CAO VỀ SỐ PHỨC

24h THI TRỰC TUYẾN

Dạng 1. Sử dụng tính chất modun

+ $|z_1.z_2| = |z_1||z_2|$ + $\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$

Ví dụ 1. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $z_1z_2z_3 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2$$

$A.$ P_{min}=1. B. P_{min}=$\frac{1}{3}$. C. P_{min}=3. D. P_{min}=2.

Hướng dẫn

Ta có: $z_1z_2z_3 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \Leftrightarrow |z_1.z_2.z_3| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 1 \Leftrightarrow |z_1|.|z_2|.|z_3| = 1$

Áp dụng BĐT Cosi cho 3 số ta có: $P = |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 \geq 3\sqrt[3]{|z_1|^2.|z_2|^2.|z_3|^2} = 3$

Dấu "=" xảy ra khi $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$

Chọn C.

Ví dụ 2. Cho z_1, z_2, z_3 là ngiệm của phương trình $z^3 = 8$. Tính $A = \frac{1}{|z_1|} + \frac{1}{|z_2|} + \frac{1}{|z_3|}$

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 1. D. $\frac{1}{6}$.

Hướng dẫn

Ta có: $z^3 = 8 \Rightarrow |z|^3 = 8 \Rightarrow |z_1| = |z_2| = |z_3| = 2$

Khi đó: $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

Chọn B.

Ví dụ 3. (Đề sở Phú Thọ lần 2) Cho số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $|z_1|=3$, $|z_2|=4$, $|z_1-z_2|=\sqrt{37}$. Xét số phức $z=\frac{z_1}{z_2}=a+bi$. Tìm $|b|$.

$A.\ |b|=\frac{3\sqrt{3}}{8}$. B. $|b|=\frac{\sqrt{39}}{8}$. C. $|b|=\frac{3}{8}$. D. $|b|=\frac{\sqrt{3}}{8}$.

Hướng dẫn

Đặt $z_1=x+yi, z_2=c+di\ (x,y,c,d\in\mathbb{R})$. Ta có $|z_1|=3 \Rightarrow x^2+y^2=9$, $|z_2|=4 \Rightarrow c^2+d^2=16$

$|z_1-z_2|=\sqrt{37} \Rightarrow (x-c)^2+(y-d)^2=37 \Leftrightarrow x^2+y^2+c^2+d^2-2cx-2dy=37 \Leftrightarrow cx+dy=-6$

Lại có $\frac{z_1}{z_2}=\frac{x+yi}{c+di}=\frac{(x+yi)(c-di)}{c^2+d^2}=\frac{xc+yd+(yc-xd)i}{c^2+d^2}=\frac{xc+yd}{c^2+d^2}+\frac{yc-xd}{c^2+d^2}i=a+bi=-\frac{3}{8}+bi$

Mà $\left|\frac{z_1}{z_2}\right|=\frac{|z_1|}{|z_2|}=\frac{3}{4}=\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow a^2+b^2=\frac{9}{16} \Leftrightarrow b^2=\frac{9}{16}-\left(-\frac{3}{8}\right)^2=\frac{27}{64} \Rightarrow b=\pm\frac{3\sqrt{3}}{8}$.

Vậy $|b|=\frac{3\sqrt{3}}{8}$.

Chọn A.

Dạng 2: Sử dụng tính chất của số phức liên hợp

+ $\bar{\bar{z}} = z$ + $\overline{z_1 \pm z_2} = \bar{z_1} \pm \bar{z_2}$ + $\overline{z_1 . z_2} = \bar{z_1} . \bar{z_2}$

+ $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z_1}}{\bar{z_2}}$ + z là số thực $\Leftrightarrow z = \bar{z}$ + z là số ảo $\Leftrightarrow z = -\bar{z}$

Ví dụ 4: Cho a, b, c là các số thực và z là một số phức bất kì, ta đặt: $w = \frac{az + ib}{icz + a}$

Tính $\frac{a\overline{w} + ib}{ic\overline{w} + a}$ theo z (giả thiết rằng $a^2 + bc \neq 0$)

A. z. B. $\bar{z}$. C. z+$\bar{z}$. D. bc+a$\bar{z}$.

Hướng dẫn

Ta có: $w = \frac{az + ib}{icz + a} \Rightarrow \overline{w} = \frac{\overline{az + ib}}{\overline{icz + a}} = \frac{a\bar{z} - ib}{-ic\bar{z} + a}$

Khi đó: $\frac{a\overline{w} + ib}{ic\overline{w} + a} = \frac{a\frac{a\bar{z} - ib}{-ic\bar{z} + a} + ib}{ic\frac{a\bar{z} - ib}{-ic\bar{z} + a} + a} = \frac{\frac{a^2\bar{z} - iab + bc\bar{z} + abi}{-ic\bar{z} + a}}{\frac{ica\bar{z} + bc - ac\bar{z}i + a^2}{-ic\bar{z} + a}} = \frac{\bar{z}(a^2 + bc)}{a^2 + bc} = \bar{z}.$

Chọn B.

Dạng 3. Liên hệ giữa số phức và hình phẳng

Số phức $z_1 = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$, điểm M biểu diễn số phức z_1 có tọa độ M (a, b).

Số phức $z_2 = x + yi$ $(a, b \in \mathbb{R})$, điểm N biểu diễn số phức z_2 có tọa độ M (x, y).

=> $|z_1 - z_2| = MN$.

Ví dụ 5. (Đề minh họa lần 3 của sở GD) Xét số phức z thỏa mãn |z+2-i|+|z-4-7i|=$6\sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của |z-1+i|. Tính P=m+M.

<u>Hướng dẫn</u>

Gọi M (x,y) điểm biểu diễn hình học của số phức z.

* Ta có |z+2-i|+|z-4-7i|=$6\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2+(y-1)^2}+\sqrt{(x-4)^2+(y-7)^2}=6\sqrt{2}$ (1)

Gọi điểm A(-2;1) và B (4;7) khi đó ta có: AB=$6\sqrt{2}$.

Từ (1) ta được: MA+MB=AB.

Hay điểm M nằm trên AB.

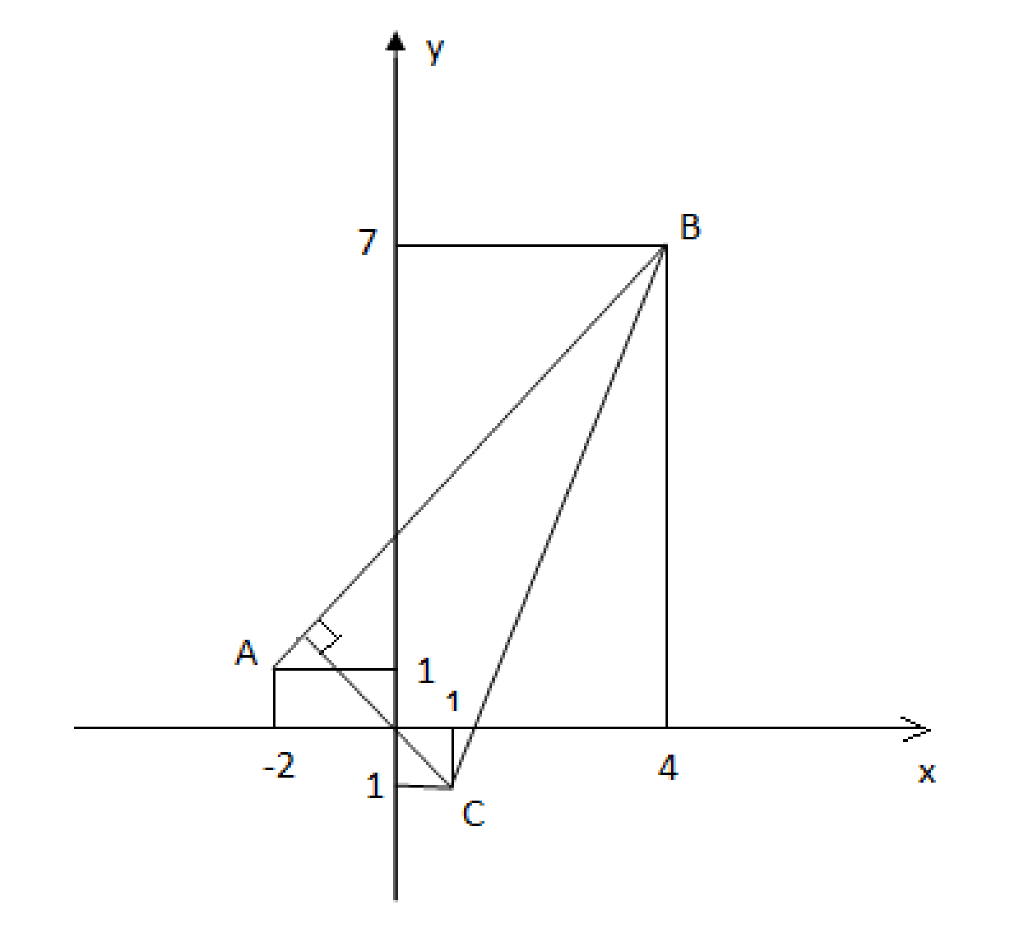
* |z-1+i|=$\sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2}$

Gọi C (1;-1). Khi đó ta có:

m=d(C; AB)=$\frac{5\sqrt{2}}{2}$; M =CB=$\sqrt{73}$.

Suy ra P= m+M=$\frac{5\sqrt{2}+2\sqrt{73}}{2}$.

Chọn B.



Dạng 3. Liên hệ giữa số phức và hình học

Ví dụ 6. (Đề chuyên Hoàng Văn Thụ Lần 3) Cho z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $|6-3i+iz| = |2z-6-9i|$, thỏa mãn $|z_1 - z_2| = \frac{8}{5}$. Tìm giá trị lớn nhất của $|z_1 + z_2|$

$A.\ \frac{31}{5}.$ B. $\frac{56}{5}$. C. $4\sqrt{2}$. D. 5.

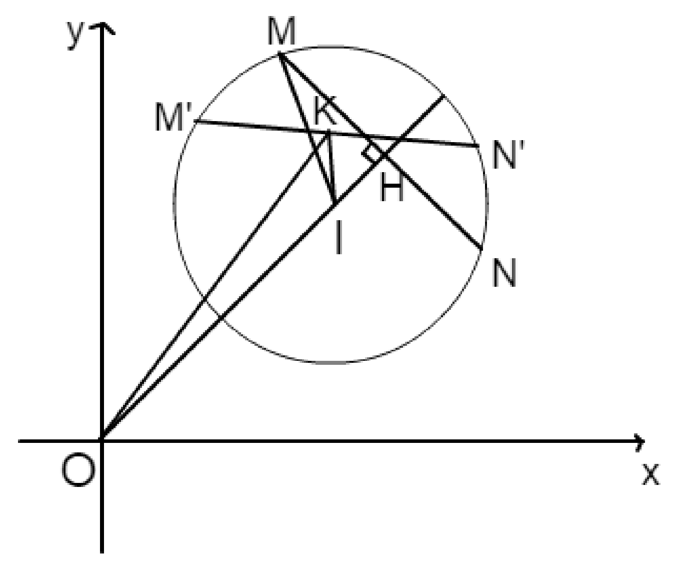
Hướng dẫn

Đặt $z = a + bi\ (a, b \in \mathbb{R})$

Vì $|6-3i+iz| = |2z-6-9i|$ nên |6-3i+i(a+bi)|=|2(a+bi)-6-9i|

$\Leftrightarrow (6-b)^2 + (a-3)^2 = (2a-6)^2 + (2b-9)^2$

$\Leftrightarrow (a-3)^2 + (b-4)^2 = 1 (C)$



Vậy tập hợp các điểm z_1, z_2 sẽ nằm trên đường tròn $(a-3)^2 + (b-4)^2 = 1$ và thỏa mãn $|z_1 - z_2| = \frac{8}{5}$

Gọi M (x_1, y_1) và N(x_2, y_2) lần lượt là điểm biểu diễn số phức z_1, z_2.

Khi đó H $\left(\frac{x_1+x_2}{2}; \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ là trung điểm của MN và $OH = \frac{1}{2}|z_1 + z_2|$

Vậy để $|z_1 + z_2|$ lớn nhất khi OH lớn nhất

=> OH lớn nhất khi OH đi qua tâm I (3,4) của đường tròn và vuông góc với MN.

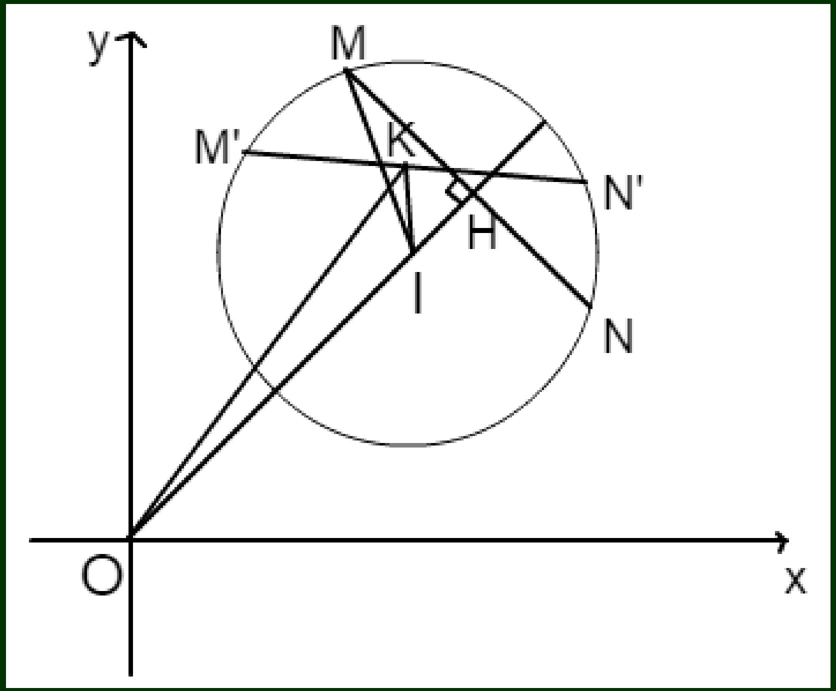
Thật vậy giả sử tồn tại $M', N' \in (C)$ mà M'N'$= \frac{8}{5}$, K là trung điểm của M'N'.

Khi đó: $OK \leq OI + IK$, dấu "=" xảy ra khi $K \equiv H$.

Tính OH?

$$OH = OI + IH = \sqrt{3^2 + 4^2} + \sqrt{IM^2 - MH^2}$$
$$= 5 + \sqrt{1^2 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{28}{5}.$$

Vậy $|z_1 + z_2|$ lớn nhất là 2OH=$\frac{56}{5}$



Chọn B.

THANKS FOR WATCHING!

24h THI TRỰC TUYẾN

- Facebook: https://www.facebook.com/thitructuyen24h/
- Website: https://thitructuyen24h.com/